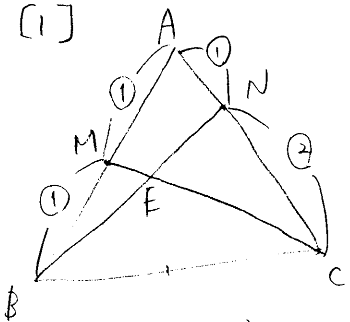
1997' センター　旧数学II　　　2017 5/21

第1問

[1]



$\overrightarrow{AE} = x\overrightarrow{AM} + y\overrightarrow{AN}$ とおく

$\overrightarrow{AE} = k\overrightarrow{AB} + (1-k)\overrightarrow{AN}$ —① とおけ

$\overrightarrow{AE} = l\overrightarrow{AM} + (1-l)\overrightarrow{AC}$ —② ともおける

(k, lは定数)

①⇔ $\overrightarrow{AE} = 2k\overrightarrow{AM} + (1-k)\overrightarrow{AN}$ —③

②⇔ $\overrightarrow{AE} = l\overrightarrow{AM} + 3(1-l)\overrightarrow{AN}$ $\left(\because \overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AM},\ \overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AN}\right)$ —④

$\overrightarrow{AM}$と$\overrightarrow{AN}$は互いに一次独立なので

$$\begin{cases} 2k = l \\ 1-k = 3(1-l) \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} 1-k &= 3(1-2k) \\ &= 3-6k \\ 5k &= 2 \end{aligned}$$

$k = \frac{2}{5}$, $l = \frac{4}{5}$

③にkを代入して $\overrightarrow{AE} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AM} + \frac{3}{5}\overrightarrow{AN}$ //

$$\begin{aligned} \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{AQ} - \overrightarrow{AP} &= \frac{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}}{2} - \frac{\overrightarrow{AE}}{2} \\ &= \frac{1}{2}(2\overrightarrow{AM} + 3\overrightarrow{AN}) - \frac{1}{2}\left(\frac{4}{5}\overrightarrow{AM} + \frac{3}{5}\overrightarrow{AN}\right) \\ &= \left(1 - \frac{4}{10}\right)\overrightarrow{AM} + \left(\frac{3}{2} - \frac{3}{10}\right)\overrightarrow{AN} \\ &= \frac{3}{5}\overrightarrow{AM} + \frac{6}{5}\overrightarrow{AN} \ // \end{aligned}$$

$$\overrightarrow{AR} = \frac{\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{AH}}{2} = \frac{1}{2}(x\overrightarrow{AM} + y\overrightarrow{AN}) = \frac{1}{2}x\overrightarrow{AM} + \frac{1}{2}y\overrightarrow{AN}$$

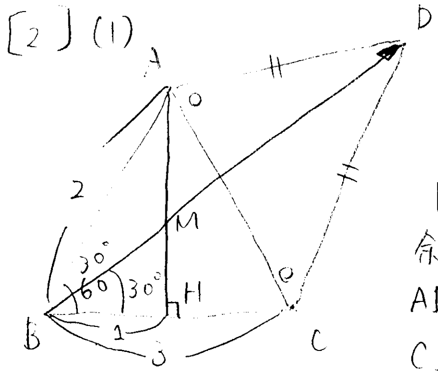
$$\overrightarrow{AP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\left(\frac{4}{5}\overrightarrow{AM} + \frac{3}{5}\overrightarrow{AN}\right) = \frac{2}{5}\overrightarrow{AM} + \frac{3}{10}\overrightarrow{AN}$$

$$\overrightarrow{PR} = \overrightarrow{AR} - \overrightarrow{AP} = \left(\frac{1}{2}x - \frac{2}{5}\right)\overrightarrow{AM} + \left(\frac{1}{2}y - \frac{3}{10}\right)\overrightarrow{AN}$$

題意より $\overrightarrow{PQ}$と$\overrightarrow{PR}$について、$k\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PR}$ であるも

$$\begin{cases} \frac{3}{5}k = \frac{1}{2}x - \frac{2}{5} \\ \frac{6}{5}k = \frac{1}{2}y - \frac{3}{10} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2}y - \frac{3}{10} = 2\left(\frac{1}{2}x - \frac{2}{5}\right) \Leftrightarrow \begin{aligned} \frac{1}{2}y &= x - \frac{4}{5} + \frac{3}{10} \\ \frac{1}{2}y &= x + \frac{3-8}{10} = x - \frac{1}{2} \\ y &= 2x - 1 \ // \end{aligned}$$

[2] (1)



都合上，$AB=2$，$BC=3$としても差しつかえない。
内積を使えば楽に出来るが，
当時のセンター数学Ⅱでは内積は範囲外。
図形の各辺の長さから計算する事とする
余弦定理より

$AD^2=BD^2+AB^2-2BD\cdot AB\cos30°$ ①　$(\angle ABD=\angle CBD=30°)$

$CD^2=BD^2+BC^2-2BD\cdot BC\cos30°$ ②　角の2等分の為

$AD=CD$より ①−②$=0$

$$AB^2-BC^2+2BD\cos30°(BC-AB)=0$$
$$4-9+2BD\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}(3-2)=0$$
$$\sqrt{3}\,BD=5 \qquad BD=\frac{5}{\sqrt{3}}$$

AからBCにおろした垂線をHとする　AHとBDの交点をMとする

$BH=2\cos60°=1$.　$\cos30°=\dfrac{BH}{BM} \Leftrightarrow BM=\dfrac{2}{\sqrt{3}}$

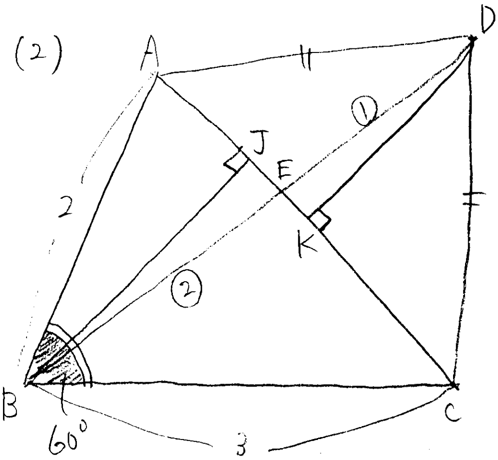
$BD=\dfrac{5}{\sqrt{3}}$, $BM=\dfrac{2}{\sqrt{3}}$ より，$BM:BD=2:5 \Leftrightarrow \overrightarrow{BD}=\dfrac{5}{2}\overrightarrow{BM}$

$$\overrightarrow{BD}=\frac{5}{2}\left(\frac{1\cdot\overrightarrow{BA}+2\overrightarrow{BH}}{3}\right)=\frac{5}{6}\overrightarrow{BA}+\frac{5}{3}\overrightarrow{BH}=\frac{5}{6}\overrightarrow{BA}+\frac{5}{3}\left(\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}\right)$$

$(\because\ \overrightarrow{BH}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC})$

$$=\frac{5}{6}\overrightarrow{BA}+\frac{5}{9}\overrightarrow{BC}$$ //

(2)



都合上、AB=2, BC=3 としても差しつかえない
BE:ED=2:1より
$\overrightarrow{BD}=\frac{3}{2}\overrightarrow{BE}$ である。—(*)
そして、AE:EC を求める事にする。

余弦定理より、
$AC^2 = 2^2+3^2-2\cdot2\cdot3\cdot\cos60^\circ$
$= 4+9-12\cdot\frac{1}{2} = 13-6 = 7$
$AC=\sqrt{7}$ //

BからACへの垂線をJ、DからACへの垂線をKとする。
三角形の3つの角が同じになるので、△BEJ∽△DEK
∴ EJ:EK = 2:1 —①
△ABCの面積 $= \frac{1}{2}\cdot AB\cdot BC\cdot \sin60^\circ = \frac{1}{2}\cdot AC\cdot BJ$
$BJ = \frac{AB\cdot BC\cdot\sin60^\circ}{AC} = \frac{2\cdot3\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$

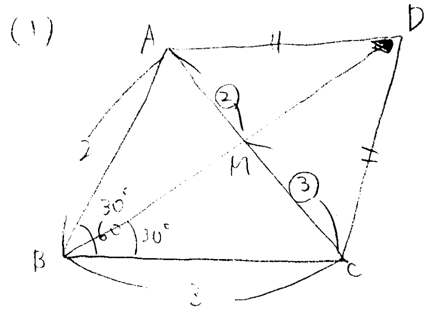
三平方の定理より $CJ^2 = BC^2 - BJ^2 = 9-\frac{9\cdot3}{7} = \frac{36}{7}$ ∴ $CJ=\frac{6}{\sqrt{7}}$

△ACDは2等辺三角形で、DからACへの垂線Kを引いてある為、
△AKD=△CKD ⇔ CK=AK ⇔ $CK=\frac{1}{2}AC=\frac{\sqrt{7}}{2}$
EK=x として、EJ=2x (①より) $CJ=EJ+EK+CK=3x+\frac{\sqrt{7}}{2}=\frac{6}{\sqrt{7}}$
$3x=\frac{6}{\sqrt{7}}-\frac{\sqrt{7}}{2}=\frac{6\sqrt{7}}{7}-\frac{\sqrt{7}}{2}=\frac{12-7}{14}\sqrt{7}=\frac{5\sqrt{7}}{14}$ $\quad x=\frac{5\sqrt{7}}{42}$

$AE=AK-EK=\frac{\sqrt{7}}{2}-x=\frac{\sqrt{7}}{2}-\frac{5\sqrt{7}}{42}=\frac{21-5}{42}\sqrt{7}=\frac{16}{42}\sqrt{7}=\frac{8}{21}\sqrt{7}$
$EC=CK+EK=\frac{\sqrt{7}}{2}+x=\frac{\sqrt{7}}{2}+\frac{5\sqrt{7}}{42}=\frac{21+5}{42}\sqrt{7}=\frac{26}{42}\sqrt{7}=\frac{13}{21}\sqrt{7}$
AE:EC = 8:13
$\overrightarrow{BE}=\frac{13\overrightarrow{BA}+8\overrightarrow{BC}}{8+13}=\frac{13}{21}\overrightarrow{BA}+\frac{8}{21}\overrightarrow{BC}$ (*)より $\overrightarrow{BD}=\frac{3}{2}\left(\frac{13}{21}\overrightarrow{BA}+\frac{8}{21}\overrightarrow{BC}\right)$
$=\frac{13}{14}\overrightarrow{BA}+\frac{4}{7}\overrightarrow{BC}$ //

[2] 別解

(1)



都合上，AB=2，BC=3 と置く.

$\overrightarrow{BD} = k\overrightarrow{AM}$ （k：定数）

$= k\left(\dfrac{3\overrightarrow{BA}+2\overrightarrow{BC}}{5}\right) = \dfrac{3}{5}k\overrightarrow{BA} + \dfrac{2}{5}k\overrightarrow{BC}$

$= 3x\overrightarrow{BA} + 2x\overrightarrow{BC}$ （x：定数）

$|\overrightarrow{AD}|^2 = |\overrightarrow{CD}|^2 \iff |\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BA}|^2 = |\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}|^2$

$\iff |(3x-1)\overrightarrow{BA} + 2x\overrightarrow{BC}|^2 = |3x\overrightarrow{BA} + (2x-1)\overrightarrow{BC}|^2$

$|\overrightarrow{BA}|^2 = 4$，$|\overrightarrow{BC}|^2 = 9$ を代入して

$4(3x-1)^2 + 2(3x-1)\cdot 2x\,\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC} + \cancel{4x^2\cdot 9} = \cancel{9x^2\cdot 4} + 2\cdot 3x(2x-1)\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC} + (2x-1)^2\cdot 9$

$4(9x^2-6x+1) + (12x^2-4x)\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC} = (12x^2-6x)\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC} + 9(4x^2-4x+1)$

$-24x+4 - 4x\,\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC} + 6x\,\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC} + 36x - 9 = 0$

$12x + 2x\,\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC} = 5$

$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC} = |\overrightarrow{BA}||\overrightarrow{BC}|\cos 60^\circ = 6\times\dfrac{1}{2} = 3$ $\quad\therefore\ 12x + 6x = 5$

$x = \dfrac{5}{18}$

$3x = \dfrac{15}{18} = \dfrac{5}{6}$，$2x = \dfrac{5}{9}$ $\quad \overrightarrow{BD} = 3x\overrightarrow{BA} + 2x\overrightarrow{BC} = \dfrac{5}{6}\overrightarrow{BA} + \dfrac{5}{9}\overrightarrow{BC}$ //

$\overrightarrow{BD} = \alpha\overrightarrow{BA} + \beta\overrightarrow{BC}$ とおいて $\quad \alpha = 3x$，$\beta = 2x = 2\cdot\left(\dfrac{\alpha}{3}\right) = \dfrac{2}{3}\alpha \iff \beta = \dfrac{2}{3}\alpha$

$|\overrightarrow{AD}|^2 = |\overrightarrow{CD}|^2$ を使って

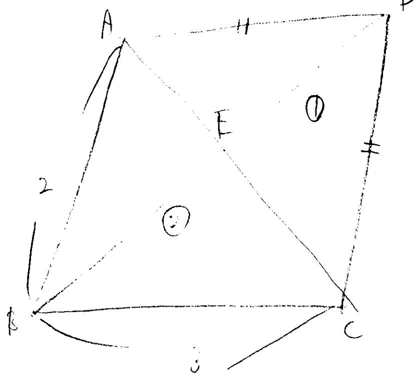
計算すると $-2\alpha + 12\beta - 5 = 0$

$\beta = \dfrac{2}{3}\alpha$ を代入して $-2\alpha + 12\left(\dfrac{2}{3}\alpha\right) - 5 = 0$

$6\alpha = 5 \quad \alpha = \dfrac{5}{6}$，$\beta = \dfrac{5}{6}\times\dfrac{2}{3} = \dfrac{5}{9}$

$\overrightarrow{BD} = \alpha\overrightarrow{BA} + \beta\overrightarrow{BC} = \dfrac{5}{6}\overrightarrow{BA} + \dfrac{5}{9}\overrightarrow{BC}$ //

(2) 別解



都合上、AB=2、BC=3

$\overrightarrow{BE} = x\overrightarrow{BA} + (1-x)\overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{BD} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BE} = \frac{3}{2}x\overrightarrow{BA} + \frac{3}{2}(1-x)\overrightarrow{BC}$

$= \alpha\overrightarrow{BA} + \beta\overrightarrow{BC}$

$\begin{cases} \alpha = \frac{3}{2}x \\ \beta = \frac{3}{2} - \frac{3}{2}x = \frac{3}{2} - \alpha \end{cases}$

$|\overrightarrow{AD}|^2 = |\overrightarrow{CD}|^2 \Leftrightarrow |\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BA}|^2 = |\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}|^2$

$\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BA} = (\alpha-1)\overrightarrow{BA} + \beta\overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC} = \alpha\overrightarrow{BA} + (\beta-1)\overrightarrow{BC}$

$|\overrightarrow{BA}|^2 = 4$, $|\overrightarrow{BC}|^2 = 9$ を代入して

$4(\alpha-1)^2 + 2(\alpha-1)\beta\,\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC} + 9\beta^2 = 4\alpha^2 + 2\alpha(\beta-1)\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC} + (\beta-1)^2\cdot 9$

$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC} = |\overrightarrow{BA}||\overrightarrow{BC}|\cos 60^\circ = 6\times\frac{1}{2} = 3$ を代入して

$4(\alpha-1)^2 - 4\alpha^2 + 6(\alpha-1)\beta - 6\alpha(\beta-1) + 9\beta^2 - 9(\beta-1)^2 = 0$

$\cancel{4\alpha^2} - 8\alpha + 4 - \cancel{4\alpha^2} + \cancel{6\alpha\beta} - 6\beta - \cancel{6\alpha\beta} + 6\alpha + \cancel{9\beta^2} - \cancel{9\beta^2} + 18\beta - 9 = 0$

$-8\alpha + 4 - 6\beta + 6\alpha + 18\beta - 9 = 0$

$-2\alpha + 12\beta - 5 = 0$

$\beta = \frac{3}{2} - \alpha$ を代入して、 $-2\alpha + 18 - 12\alpha - 5 = 0 \Leftrightarrow 14\alpha = 13 \quad \alpha = \frac{13}{14}$

$\beta = \frac{3}{2} - \frac{13}{14} = \frac{21-13}{14} = \frac{8}{14} = \frac{4}{7}$

$\alpha = \frac{13}{14}, \beta = \frac{4}{7}$ $\qquad \overrightarrow{BD} = \alpha\overrightarrow{BA} + \beta\overrightarrow{BC}$

$= \frac{13}{14}\overrightarrow{BA} + \frac{4}{7}\overrightarrow{BC}$ //

第2問

[1] $S_4 = a + ar + ar^2 + ar^3$
$S_8 = a + ar + ar^2 + ar^3 + ar^4 + ar^5 + ar^6 + ar^7$

$S_8 - S_4 = 65 - 45 = 20 = a(r^7 + r^6 + r^5 + r^4)$
$= ar^4(1 + r + r^2 + r^3)$
$= a(1 + r + r^2 + r^3) \cdot r^4$

$S_4 = 45 = a(1 + r + r^2 + r^3)$ なので

$r^4 = \frac{20}{45} = \frac{4}{9}$ $\quad r^2 = \frac{2}{3}$ $\quad r = \pm\sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\pm\sqrt{6}}{3}$ //

(2) $S_5 = a + ar + ar^2 + ar^3 + ar^4$
$S_{10} = S_5 + ar^5 + ar^6 + ar^7 + ar^8 + ar^9 = S_5 + r^5 S_5 = (1 + r^5) S_5$
$S_{15} = S_{10} + r^{10} S_5 = (1 + r^5 + r^{10}) S_5$

$(1 + r^5) S_5 = 21$
$(1 + r^5 + r^{10}) S_5 = 37$

$\frac{37}{21} = \frac{1 + r^5 + r^{10}}{1 + r^5}$

$r^5 = x$ とおくと $r^{10} = x^2$

$37(1 + x) = 21(1 + x + x^2)$
$21x^2 - 16x - 16 = 0$
$(3x - 4)(7x + 4) = 0$

$x = \frac{4}{3}$ or $-\frac{4}{7}$

$S_5 = \frac{21}{1 + r^5} = \frac{21}{1 + x}$ に代入して

$x = \frac{4}{3}$ の時 $S_5 = \frac{21}{1 + \frac{4}{3}} = \frac{21}{\frac{7}{3}} = \frac{21}{7} \times 3 = 9$

$x = -\frac{4}{7}$ の時 $S_5 = \frac{21}{1 - \frac{4}{7}} = \frac{21}{\frac{3}{7}} = \frac{21}{3} \times 7 = 49$

$S_5 = 9$ 又は 49 //

P: $f(a)=\frac{a^3}{3}-2c \quad = b$

[2] Q: $f(c)=\frac{c^3}{3}-2c$,

R は PとQの中点 なので $\left(\frac{a+c}{2}, \frac{f(a)+f(c)}{2}\right)=\left(\frac{a+c}{2}, \frac{b+f(c)}{2}\right)$ //

$R(X,Y)=\left(\frac{a+c}{2}, \frac{b+f(c)}{2}\right)$

$\Leftrightarrow \quad 2X=a+c \qquad c=2X-a$

$Y=\frac{b+f(c)}{2}=\frac{b}{2}+\frac{1}{2}f(c)=\frac{b}{2}+\frac{1}{2}\cdot\left\{\frac{(2X-a)^3}{3}-2(2X-a)\right\}$

$=\frac{1}{6}(2X-a)^3-2X+a+\frac{b}{2}$

$=\frac{1}{6}\cdot(8X^3-12aX^2+6a^2X-a^3)-2X+a+\frac{b}{2}$

$=\frac{4}{3}X^3-2aX^2+(a^2-2)X+a-\frac{a^3}{6}+\frac{b}{2}$

$\frac{1}{3}x^3-2x \qquad \therefore \quad g(x)=\frac{4}{3}x^3-2ax^2+(a^2-2)x+a-\frac{a^3}{6}+\frac{b}{2}$ //

$=g(x)-f(x)=x^3-2ax^2+a^2x+a-\frac{a^3}{6}+\frac{b}{2}=h(x)$ — ①

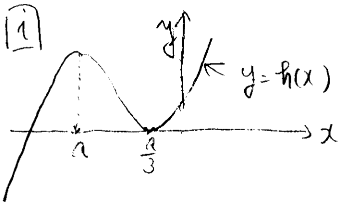
$h'(x)=3x^2-4ax+a^2=(x-a)(3x-a)$

$h'(x)=0$ の解は $x=a, \frac{a}{3}$

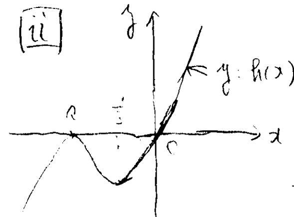
$a<0$ より $a<\frac{a}{3}$

2点だけ共有する条件から $y=h(x)$ のグラフは [i]と[ii]の2通りが考えられる。

[i]



[ii]



[i]の場合

$h(a)=a-\frac{a^3}{6}+\frac{b}{2}=0$

$h(x)=x^3-2ax^2+a^2x$

$=x(x-a)^2$

$h(x)=0$ の解は $x=0, a$ となるが、この $x=0$ は、

PとQの中点Rの座標の定義と矛盾する。

よって、$\boxed{\text{i}}$の場合で考える.

$$h\left(\frac{a}{3}\right)=0 \iff \frac{a^3}{27}-2\cdot a\cdot\frac{a^2}{9}+a^2\cdot\frac{a}{3}+a-\frac{a^3}{6}+\frac{b}{2}=0$$

$$\iff a^3\left(\frac{1}{27}-\frac{2}{9}+\frac{1}{3}-\frac{1}{6}\right)+a+\frac{b}{2}=0$$

$$\iff a^3\left(\frac{2-12+18-9}{54}\right)+a+\frac{b}{2}=0$$

$$\iff -\frac{1}{54}a^3+a+\frac{b}{2}=0$$

$$\iff \frac{b}{2}=\frac{a^3}{54}-a \qquad \iff b=\frac{a^3}{27}-2a \quad //$$

$$h(x)=x^3-2ax^2+a^2x+a-\frac{a^3}{6}+\frac{b}{2} \qquad (①より)$$

$$=x^3-2ax^2+a^2x+a-\frac{a^3}{6}+\frac{a^3}{54}-a$$

$$=x^3-2ax^2+a^2x-\frac{8}{54}a^3=x^3-2ax^2+a^2x-\frac{4}{27}a^3$$

3次方程式の
解と係数の関係より、残りの$h(x)=0$の解をrとすると

$$\left(\frac{a}{3}\right)\cdot\left(\frac{a}{3}\right)\cdot r=\frac{4}{27}a^3 \qquad r=\frac{4}{27}a^3\cdot\frac{9}{a^2}=\frac{4}{3}a \quad //$$

求める実数解は $\frac{4a}{3}$ と $\frac{a}{3}$ //

$$面積S=\int_{\frac{4a}{3}}^{\frac{a}{3}}h(x)\,dx=\int_{\frac{4a}{3}}^{\frac{a}{3}}\left(x-\frac{4a}{3}\right)\left(x-\frac{a}{3}\right)^2dx$$

$x-\frac{a}{3}=t$ とすると、$x-\frac{4a}{3}=t-a$,

x	$\frac{4}{3}a \to \frac{a}{3}$
t	$a \to 0$

$$S=\int_a^0 (t-a)\cdot t^2\,dt$$

$$=\int_a^0 t^3-at^2\,dt$$

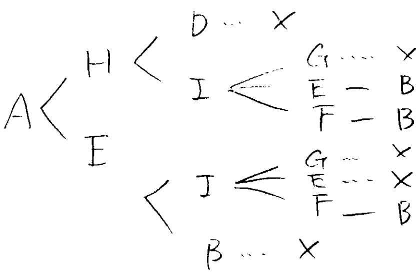
$$=\left[\frac{t^4}{4}-a\cdot\frac{t^3}{3}\right]_a^0=-\left(\frac{a^4}{4}-\frac{a^4}{3}\right)=-a^4\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{3}\right)=\frac{a^4}{12} \quad //$$

第3問

	始点	始点以外
A, B, C, D	2	1
E, F, G, H	3	2
I,	4	3

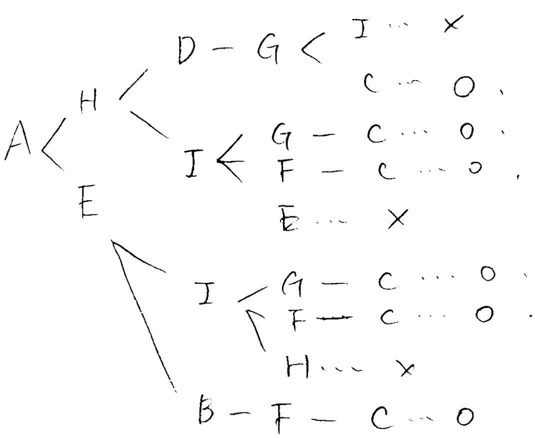
枝分かれのパターン

ア　Aが始点



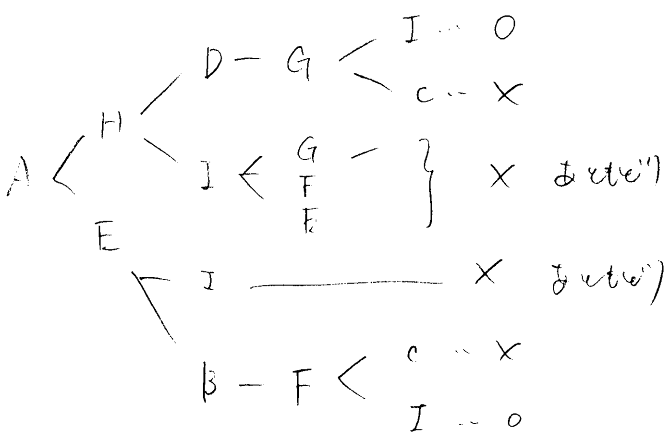
3通り

イ



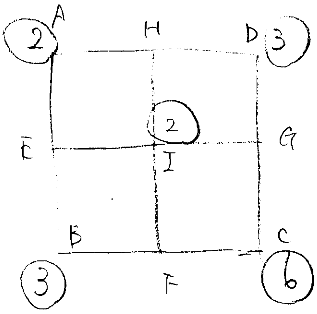
6通り

ウ



2通り

$\boxed{\text{エオ}}$



対象性より点Bと点Dは同じ経路

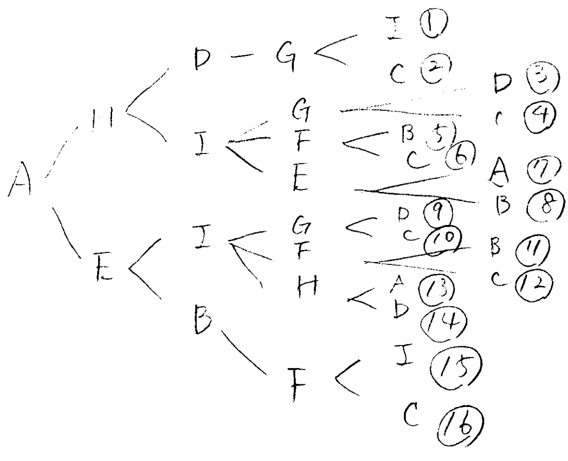
終点が　点Dの経路は 3 //

終点が点EFGHは経路の長さが必ず奇数になるので 0 //

長さ4の経路の総数は $2+3+2+3+6=16$ //

(2) 全ての行動のパターンを考えてみる。

そして2分かれの確率を$\frac{1}{2}$, 3分かれの確率を$\frac{1}{3}$として考える



Aに戻るパターンは ⑦と⑬ 2通り

⑦… $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{24}$

⑬… $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{24}$

∴ $\frac{1}{24}+\frac{1}{24}=\frac{1}{12}$ //

Cに到達するのは ②④⑥⑩⑫⑯ の6通り

②… $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times1\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$

④… $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{24}$

⑥… $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{24}$

対象性より $2\times\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{24}+\frac{1}{24}\right)=\frac{5}{12}$ //

Iに到達するのは ①と⑮ の2通り

①… $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times1\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$　対象性より $2\times\frac{1}{8}=\frac{1}{4}$ //

$\boxed{セ〜タ}$ について

①，⑮のパターンの後に A に戻るケースを考えれば良い

①の場合

G − I (3秒後, 4秒後)

- H − D − A … ×
- H − D − G … ×
- H − A − E − I … ×
- H − A − E − B … ×
- E − A − H − D … ×
- E − A − H − I … ×
- E − B − F … ×
- F − B − E − I … ×
- F − B − E − A … ○
- F − C … ×

1通りしかない。

$$\frac{1}{8}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 1\times\frac{1}{2} = \frac{1}{96}$$

⑮も同様（対称性より）で1通りしかない $\frac{1}{96}$

答はこれら2つの確率の和 $2\times\frac{1}{96}=\frac{1}{48}$ //

$\boxed{チツテト}$ について

⑦⑬の後に A に戻る確率と ②④⑥⑩⑫⑯ の後に A に戻るケースを考えれば良い

⑦の後

E − A − H (3秒後, 4秒後, 5秒後)（Eへ後戻り不可）

- H − D … ×
- H − I (6秒後) − G … ×
- H − I − F
- H − I − E − A … ○
- H − I − E − B … ×

$$\frac{1}{24}\times 1\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2} = \frac{1}{288}$$

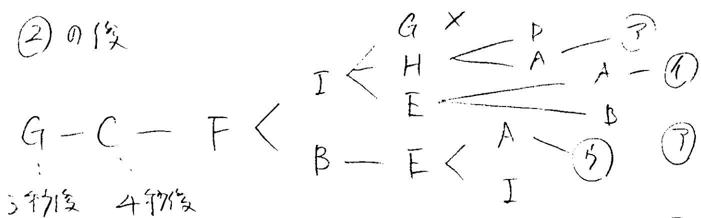
⑬の後

H − A − E

- E − B
- E − I − G
- E − I − F
- E − I − H − A … ○
- E − I − H − D … ×

対称性より上と同じ $\frac{1}{288}$

②の後



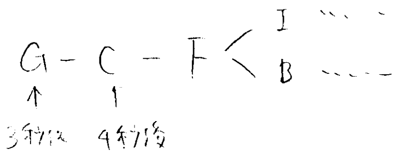
㋐ $\frac{1}{8}\times 1\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{96}$

㋑ $\frac{1}{8}\times 1\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{96}$

㋒ $\frac{1}{8}\times 1\times\frac{1}{2}\times 1\times\frac{1}{2}=\frac{1}{32}$

㋐㋑㋒の和 $=\frac{1}{96}+\frac{1}{96}+\frac{1}{32}=\frac{5}{96}$

④の後



これは上記と同じパターンで進む。

初めから4秒後の確率は $\frac{1}{24}$ に注意して。

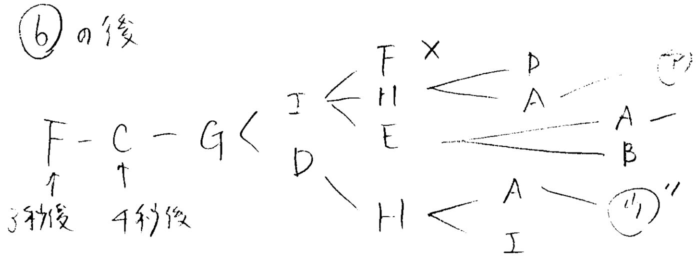
㋐′ $\frac{1}{24}\times 1\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{288}$

㋑′ $\frac{1}{24}\times 1\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{288}$

㋒′ $\frac{1}{24}\times 1\times\frac{1}{2}\times 1\times\frac{1}{2}=\frac{1}{96}$

㋐′㋑′㋒′の和 $=\frac{1}{288}+\frac{1}{288}+\frac{1}{96}=\frac{5}{288}$

⑥の後



初めから4秒後の確率は $\frac{1}{24}$ であり

㋐″㋑″㋒″の和は上記㋐′〜㋒′の和と同じ $\frac{5}{288}$

⑩⑫⑯は②④⑥と対称性を持つ。

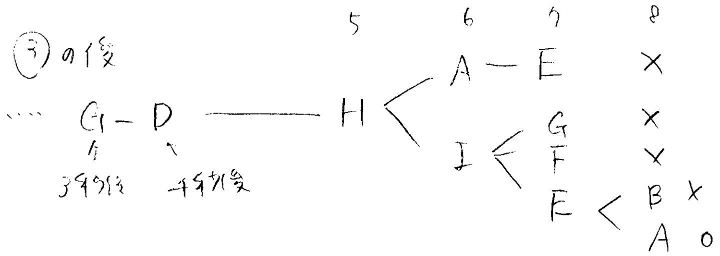
求める答は、$\frac{1}{288}+\frac{1}{288}+2\times\left(\frac{5}{96}+\frac{5}{288}+\frac{5}{288}\right)=\frac{2+2\times(15+5+5)}{288}$

$=\frac{52}{288}=\frac{26}{144}=\frac{13}{72}$ //

ナ〜ネ について
出発してから8秒後にPがAにいる確率は、
最初から4秒後のパターンの後に、更に4秒後にAに戻っている確率の和
を考えれば良いので

ここでは まだ 考えていないパターン(A, C, I 以外)
③, ⑤, ⑧, ⑨, ⑪, ⑭
D, B, B, D, B, D

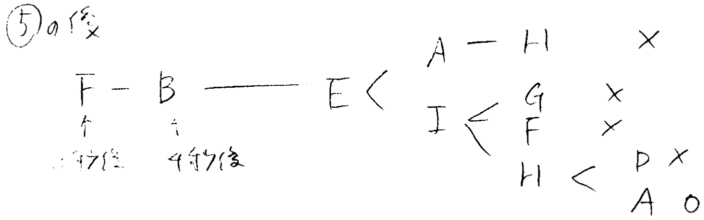
③の後



最初から4秒間(⑦と同じ動き)

$$\frac{1}{24}\times 1\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{288}$$

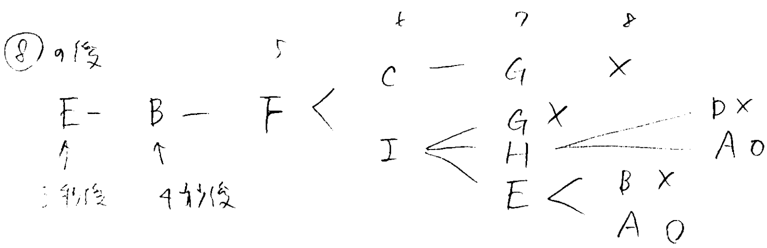
⑤の後



上記と同様に

$$\frac{1}{24}\times 1\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{288}$$

⑧の後



2パターンあるので

$$\left(\frac{1}{24}\times 1\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\right)\times 2=\frac{1}{144}$$

⑨⑪⑭は③⑤⑧と対象性を持っている
以上を踏まえて
求める答は、

$$\frac{1}{48}+\frac{13}{72}+2\times\left(\frac{1}{288}+\frac{1}{288}+\frac{1}{144}\right)=\frac{1}{48}+\frac{13}{72}+\frac{8}{288}$$

$$=\frac{3+26+4}{144}$$

$$=\frac{33}{144}=\frac{11}{48}$$ //

(セ〜ス) (タツテト)