雑感　場合分けする 2 次関数の最大・最小 (2)

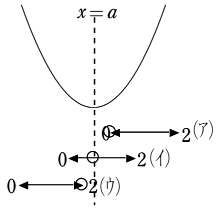
■　実を言うと，私がこのような 5 つの場合分けを指導することはあまりない．最小値だけを求め，さらに最大値だけを求めるという形態で指導する．

■　言うまでもないことだが，先ほどの例で言えば，次の通りである．

> $0 \leqq x \leqq 2$ における関数 $f(x)=x^2-2ax+3$ の最大値 $M(a)$，最小値 $m(a)$ を求めよ．

$f(x)=(x-a)^2-a^2+3$ の変形の後，下に凸の放物線で軸が $x=a$，区間の中央の値が 2 であることを押さえて，

(i)　最小値について



(ア)　$a \leqq 0$ のとき

$m(a)=f(0)=3$

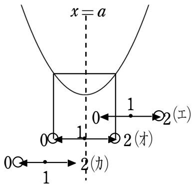
(イ)　$0<a<2$ のとき

$m(a)=f(a)=3-a^2$

(ウ)　$2 \leqq a$ のとき

$m(a)=f(2)=7-4a$

(ii)　最大値について



(エ)　$a<1$ のとき

$M(a)=f(2)=7-4a$

(オ)　$a=1$ のとき

$M(a)=f(0)=f(2)=3$

(カ)　$1<a$ のとき

$M(a)=f(0)=3$

■　ところが，こういう形で指導すると問題集などの解答を見て困る生徒が出てくる．形式が違うから分からないというのだ．

最小値も最大値を別々に求めると，それぞれが 3 つの場合分けだから場合分けが違うと考えてしまう．

そうなると，やむを得ず次のような表を書いて，そこから 5 つの場合分けに持ち込ませることになる．

a	…	0	…	1	…	2	…
$m(a)$	$f(0)=3$			$f(a)=3-a^2$			$f(2)=7-4a$
$M(a)$		$f(2)=7-4a$				$f(0)=3$	

■　そもそもこの問題で最小値と最大値を別々に求めたものを「答」として悪いわけではない．試験では立派な正解のはずである．

■　結局のところ，力のある生徒ならば 5 つの場合分けも分かるし，3 つずつの場合分けから 5 つの場合分けに直すこともできるし，逆に 5 つの場合分けから 3 つずつの場合分けに直すことも容易にできると言うことなのだ．

その意味では，この教材を指導する十分な時間が必要だということに尽きるのだろう．