

雑感 バスケ問題のある真実

■ 2023年の共通テスト、IA第2問[2]のバスケットボールを素材とした2次関数の問題は、全体で5頁にもわたる膨大な分量である。

(問題理解に必要な図は必要があれば、[数学I・数学A第2問 | 2023年度大学入学共通テスト：朝日新聞デジタル \(asahi.com\)](#)などを参照)

地上3mのリングABと同じ高さP₀からシュートするプロ選手と、地上2mの高さH₀からシュートする花子さんのボール(直径0.2m)の軌跡について、問題が設定されている。

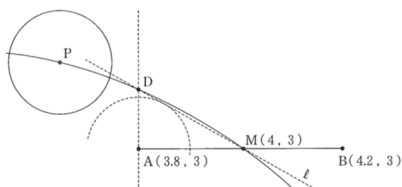
「ボールがリングに入ったとはどういうことか」などが15行にもわたる「仮定」として示される。試験では誤解が生じないように条件を緻密に定める必要があるとは言え、あまりに回りくどい。ここでは、「ボールがリングに入った」とは簡単に言ってしまえば、「ボールがリングなどに当たらず点Aの上方を通過して、ボールの中心が線分ABの中点Mを通る場合」ということである。なお、A(3.8, 3), B(4.2, 3), AB=0.4という設定である。

■ (1)では、図のボールの軌跡の方程式が問われ、ボールがMを通るということだけから、 $C_1: y = ax^2 - 4ax + 3$ を解答させ、 C_2 は何とサービス精神満載平方完成までした $y = p\left\{x - \left(2 - \frac{1}{3p}\right)\right\}^2 - \frac{(16p-1)^2}{64p} + 2$ という方程式が与えられる。そして、2人の軌跡の頂点のx座標比較の設問へと続くが、それは $p < 0$ という自明な条件から解決する。

しかしこの問題に指示された係数 a, p は、負であれば何でも良いわけではない。それらの方程式はMを通ることだけから得られるもので、長々書かれた条件のうち、ボールがリングなどに当たらず点Aの上方を通過する条件が、問題の流れに全くコメントされないままなのである。記述試験であれば、 C_1, C_2 の方程式に「ただし、 $[a, p]$ が満たす不等式条件」が示されなければ、不十分極まりない解答とされるだろう。

■ 実は、その a, p が満たす不等式条件に関係する内容が(2)で取り扱われることになる。その条件を求めることは易しくはないのだが、花子さんの一見素晴らしい考え方によって解決の方向が示されるかに見える。

ボールが点Aのどの程度上方を通ればボールがリングに当たらないかについて、次の図とともに、点MからAを中心、半径0.1の破線の円へ引いた接線 ℓ が、Aの鉛直方向の直線と交わる点Dよりも上方を通るときを考えたらと花子さんが提案し、太郎君が「Pの軌道は上に凸の放物線で山なりだから、その場合、図のように、PはDを通った後で線分DMより上側を通過するのでボールはリングに当たらないね」とそれを了解する。



確かにAについてはそれでよ

いが、Bに当たらないことについては何も言及がない。

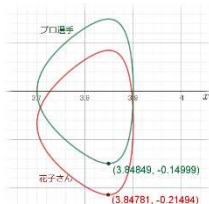
ボールがDより上側を通過するとき、図から、Mの右側では ℓ の下側を通過からBに触れることはない。だが、それについてコメントしなくて良いわけではないし、 C_1 はMに関して対称ではない。図からの判断でよいのかどうか。

「ボールがリングすれすれ通過する場合」について考えているのだが、以降2点D, Mを通過場合についての考察が始まる。花子さんの提案したこの条件はストレスではなく、実はリングに当たらずMを通る1つの十分条件に過ぎない。

問題は2点D, Mを通過場合であると重ねて述べているので、解答上問題はないが、これがストレスの条件だと誤解した受験生も多いのではないかな。

■ では、本当のギリギリはどうであるか。いくつかの考え方があり得るが、Aを中心とする半径0.1の円Cとボールの軌跡が、2次の係数が負という条件下で共有点を持たない条件である。

$C_1: y = ax^2 - 4ax + 3$ と言えば、これと円 $C: (x - 3.8)^2 + (y - 3)^2 = 0.1^2$ から y を消去した方程式を xa 平面に表示したとき[緑]、この極小値未満が a の範囲である。この極小値の厳密解は3次方程式の解を用いて表示可能だが、非常に複雑な式なので、ここには載せない。近似値から $a < -0.149990$ である。 C_2 についても同様ではあるが[赤]、こちらは次数の高い項を含む無理方程式の解を用いる必要があり、厳密解は求まらないと思われる。近似解は $p < -0.214943$ である。なお、花子さん提案のギリギリの値 $a = -\frac{5\sqrt{3}}{57} = -0.151934\dots$ は当然だが -0.149990 より小さい。



この真のギリギリの値でのシュートの高さの差を近似計算すると $3.59996 - 3.43231 = 0.16765 < 0.2$ であり、最後の設問の正解「ボール約1個分」にはだいぶ満たない。

■ 「日常生活などに題材をとる」問題ではありがたいが、複雑極まりない問題を十分条件で済ませて、いかにも「見事に解決しました」としている問題のように思えてならない。

出題者も分量の多さを自覚していたはずで、その中で問題解決に支障がない条件については何食わぬ顔をして無視を決め込んでいるようにも思われる。

例えば a, p が満たす不等式条件などが気になって(私がそうだったように)、モヤモヤしたまま問題を解いた受験生もいたのではなからうか。