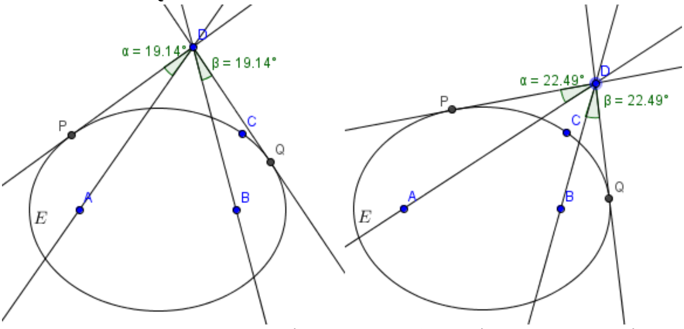
雑感　GeoGebra で見つけたある予想

■　GeoGebra というフリーソフトがある．統計分野で箱ひげ図や散布図の作成に重宝して使っていたが，他の用途についてはあまり関心がなかった．

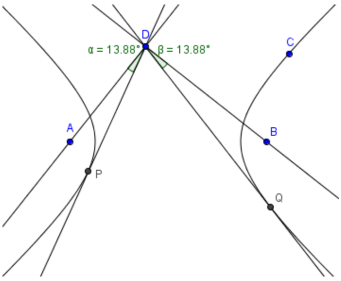
しかし，ある必要があって，少しだけ幾何的な図形描写に使ってみたら,「もしかしたらこんな定理が成り立つかも」という予想を見つけた（ただし，すでに発見済みの定理である可能性は高い）.

■　焦点 A，B を指定し，点 C を通る楕円 E を描く．E 外の点 D から E に 2 本の接線が引けるが, その接点を P, Q とする．すると，∠ADP＝∠BDQ が成り立ちそうである．



上の図は GeoGebra で図を描いたものだが，点 D をドラッグしていろいろな場所に動かすことができる．いろいろ動かしても，表示される 2 つの角の値が等しいことから，多分正しい．

■　では，双曲線はどうかというと，これも右の通り．



■　となれば，放物線はどうか？

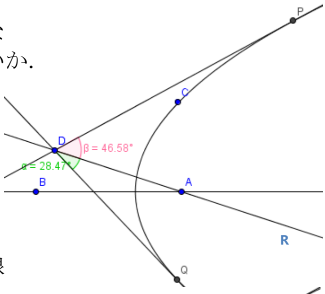
点 A を焦点, 直線 AB を軸とし，点 C を通る放物線外の点 D から引いた 2 本の接線の接点を P，Q とするとき，残念ながら下図のように∠ADP＝∠ADQ は成り立たない（当たり前か）．

しかし，ここであきらめてはならない．この 2 角の関係を探そうではないか．

そこで，軸に注目して，∠DAB を求めてみると，

∠DAB＝∠ADP－∠ADQ

となっているではないか．



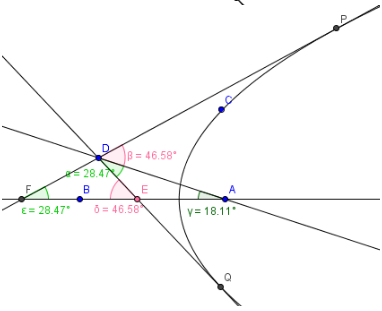
ということは，軸と接線 DQ の交点を E とすれば，

∠ADP＝∠BED，あるいは，軸と接線 DP との交点を F とすれば，

∠ADQ＝∠DEA　となりそうである．

あとは，証明あるのみだが，角の大きさは面倒かも知れないなあ．

なお，蛇足ながら右上図で∠PAR＝∠QAR は有名な(?)性質であり，楕円，双曲線でも同様の性質が成り立つ．



■　GeoGebra は，新「定理」発見の新しいツールになるかも知れない．

■　さて，果たせるかな，楕円に関するこの性質は，1988 年名古屋工業大学で「証明せよ」と出題されていて，『幾何学大辞典　1』（槙書店：岩田至康）p.391 に定理 696 として，双曲線の場合を含めて載っている．なお，アポロニウスの『円錐曲線論』巻 3 にあるというから，紀元前の大昔から知られている定理であった．

放物線については，丁寧に調べないと何とも言えない．

2015 年 3 月 15 日：3 月 20 日加筆