雑感　単振動の合成を巡って

■　数学の初任者がいて，研究授業を参観した．教材は「三角関数の合成」．合成の公式を導き，合成できるようにした後，方程式・不等式の解法に利用するという流れだ．

研究授業にありがちなやや欲張った指導案で，時間が足りずに少し内容を残したものの，それなりの授業である．

■　一緒に参観した隣席の若い同僚が「先生（私のことだ）は，合成で cos 表示の指導ってやりますか？」と聞いてきた．

私「公式を覚えさせる指導はやらないな．cos 表示ができることは，どこかでは指導するけど」

同僚「でも，センター試験で出たことがあって，前の職場では指導しなくちゃと言われたことがあって」

私「ああ，あったね．あれは受験生が困ったよね．でも，私は cos 表示が必要になったら，$\dfrac{\pi}{2}$ から角を引かせる指導をしているよ．sin，cos を変えるには角を $\dfrac{\pi}{2}$ から引けばよいということを教えて置いた方が，応用の範囲が広いからね」

■　センター試験での出題は，1998 年数学 II・B　$\boxed{1}$〔2〕(3) において，「$g(\theta)=\sqrt{2}\cos\theta-\sqrt{6}\sin\theta$ に対して，

$g(\theta)=\boxed{\text{ツ}}\sqrt{\boxed{\text{テ}}}\cos(\theta+\boxed{\text{トナ}}°)$ と表せる」

という出題があった．

また，「sin，cos を変えるには角を $\dfrac{\pi}{2}$ から引けばよい」とは

$\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right)=\cos\theta,\ \cos\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right)=\sin\theta$　の公式のことを指す．

これによって，次のように解けばよい．

$$g(\theta)=2\sqrt{2}\sin(\theta+150°)=2\sqrt{2}\cos\{90°-(\theta+150°)\}$$
$$=2\sqrt{2}\cos(-\theta-60°)=2\sqrt{2}\cos(\theta+60°)$$

■　会話はまだ続く．

私「例えばさ，和積公式を使いたいと思っても，sin と cos では使えないから，どちらかに揃えて使う必要があるよね．今年のセンター試験の $\sin\alpha=\cos 2\beta$ の問題があったじゃない．あれも関数を揃えて，和積を使えば，単位円を使わずに解けるんだよ．簡単とはいえないけどね」

同僚「へー．そうなんですか」

私「それにさ，cos 表示ってベクトルの内積でしょ」

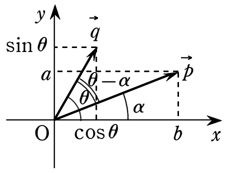
同僚「え？？？　ベクトルですか？」

私「うん．$\vec{p}=(b,\ a)$，$\vec{q}=(\cos\theta,\ \sin\theta)$ という 2 つのベクトルを考えるとさ，$a\sin\theta+b\cos\theta$ は $\vec{p}\cdot\vec{q}$ だろ．成分から」

同僚「はい，ああそうですね」

私「一方さ，（メモ用紙に図をかいて）

$\vec{p}\cdot\vec{q}=\sqrt{a^2+b^2}\cdot 1\cdot\cos(\theta-\alpha)$ だろ」



同僚「ああー．なるほど．そうですね」

私「こういったことを生徒全員に教えて定着させるわけに行かないけど，こんな見方ができれば，公式を知らなくても大丈夫だよね」

■　あれもこれも「公式」として教わったのでは，生徒は覚えきれないし使えない．できるだけ汎用性のある事項を教えていくことが大切なのだと言うことを，改めて思った次第である．

2012 年 2 月 11 日