雑感　近似式はきちんと教える？

■　今，例えば次の問題が大学入試に出題されたらどうだろう．

$f(x)=\tan x$ とし，a を $0<a<\dfrac{\pi}{2}$ を満たす定数とする．

(1) $h \fallingdotseq 0$ のとき，$f(a+h)$ の第 1 次近似式を求めよ．

(2)　$\tan 31^\circ$ の近似値を，(1)を用いて小数第 3 位まで求めよ．

ただし，$\sqrt{3}=1.732$, $\pi=3.142$ とする．

■　学習指導要領に近似式が記載され，どの教科書にも第 1 次の近似式が取り扱われているから，何も問題のない出題である．

しかし，仮にこれを出題したら，多くの受験生が捨ててしまうのではないかと思う.「公式を丸覚えして記憶しているものだけが取り組む」という予測は，はずれだろうか．

最近，近似式に関する入試問題を見かけたことがない．

■　昔で言えば，それほど頻繁ではないとしても，近似式は出題されてきた．例を幾つか挙げる．

表と裏の出る確率が等しい硬貨 A と，表の出る確率が x である硬貨 B がある．B を 5 回投げたとき表が 3 回以上出る確率を P_2 とする．確率 x が Δx だけ増すと P_2 はおおよそいくら変化するか．2 次の近似式で示せ．（一部表現を変更，割愛）　[83　三重大]

$f(x)=x^3-x^2-3$ とする．方程式 $f(x)=0$ の実数解 α の近似値を，誤差が 1/100 以内になるように求めよ．
（ニュートン法的な若干の誘導を削除した）　[83　大阪教育大]

$|x|$ が十分小さいとき，$\dfrac{1}{\sqrt{x^2-ax+a^2}}-\dfrac{1}{\sqrt{x^2+ax+a^2}}$ の
(1 次の)近似式を作れ．　[87　秋田大]

自然対数 log1.1 の値を小数第 3 位まで求めよ．　[88　電通大]

(1)　$0\leq\alpha\leq 1$ とする．次の不等式を証明せよ．

$x\geq 0$ のとき，$1+\alpha x+\dfrac{\alpha(\alpha-1)}{2}x^2\leq(1+x)^\alpha\leq 1+\alpha x$

(2) (1)を用いて，1001 の立方根を小数第 5 位まで求めよ．[89 愛教大]

■　今，近似式に力を入れて指導しないような気がする．教員同士でも,「近似式，授業でどの程度扱います？」などとお互いの様子を探りながら,「教科書に書かれている程度をサッと済ませる．具体的な計算には余り時間を割かない」と言ったところに落ち着く．

■　なぜかと言えば，電卓やパソコンが手軽に使える今，わざわざ近似式を使わなくても，手軽に近似値が求められるからであろう．

こういった便利な道具がなかった時代(と言っても半世紀前に過ぎないが)，開平法は必須の計算方法だったし，常用対数表，三角関数表などの活用なくしては，近似値計算は成り立たなかった．

■　しかし，例の Yahoo 知恵袋などでは，近似計算の質問が少なくない．問題集の解答などで，いきなり近似値が出てきて，どうやって求めるのかとか，近似式の作り方や使い方が分からないと言った質問は挙げ出せばきりがない．

これは，1 つには高校でこういった指導の手を抜いているからであろう．

もちろん，近似式を使っても必要な精度の近似値が求まらないようなケースも多々あるが，それを見極める力も必要なのだろう．

■　「第 1 次近似は接線で近似している」という基本的な考えだけでも押さえておけば，第 1 次近似式を忘れても何とかなるはずだ．

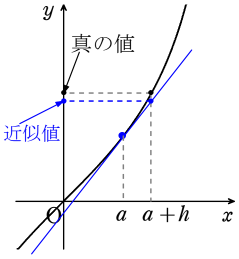
例えば，最初に載せた問題で，

$f'(x)=\dfrac{1}{\cos^2 x}$ から，点 $(a, \tan a)$ における

接線は，$y=\dfrac{1}{\cos^2 a}(x-a)+\tan a$

で，$x=a+h$ とした値 $\dfrac{h}{\cos^2 a}+\tan a$

が近似式である．



(2)はこの式で $a=\pi/6$, $h=\pi/180$ として，$\tan 31^\circ \fallingdotseq 0.6006 \fallingdotseq 0.601$ である．

$\tan 31^\circ=0.600860619\cdots$ であるから，なかなかの精度である．

2019 年 07 月 15 日