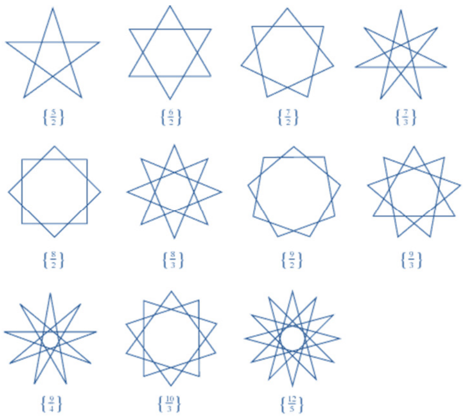
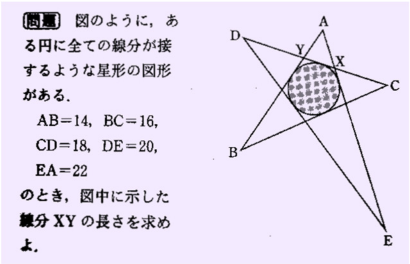
雑感　星形多角形

■　今年も SSH 課題研究の，相談役的なお手伝いをしている．
　今年はテーマ決定に手間取る生徒が続出．G 君もその 1 人だ．
「正多角形に関する何か…」とか言い，GeoGebra で図をあれこれ描いていたが，やっと，正多角形の対角線を結んでいったとき，中央にできる正多角形について研究することに決まった．
　一般に，星型多角形（Star Polygon）と呼ばれる図形である．
　正多角形で，どのように頂点を選んで対角線を引くかによって，できる図形が変わってくるので，そういったことも考慮に入れつつ研究が進んでいる．
　Math World に載っている図は右の通りだが，{　}の中に，頂点の数と頂点の選び方が分数表示されている．



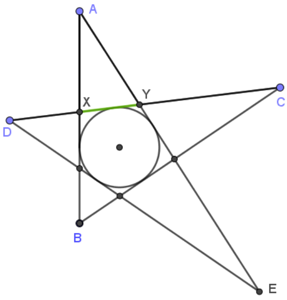
　残り時間も少ないのだが，どこまで研究を深めることができるか．

■　雑誌『大学への数学』2019 年 7 月号の「7 月の宿題」に右が載っている．
　これは正多角形からできたものではないが，これも星形多角形である(irregular star polygon).
　問題はなかなか難しそうで，現段階ではまだ解けていない（仮に解けていたとしても，締切前の現在，ここに解答を載せるのは礼を失することだろうが）. 線分の長さがすべて偶数であるのは，接線の長さを整数とするための設定であろう．

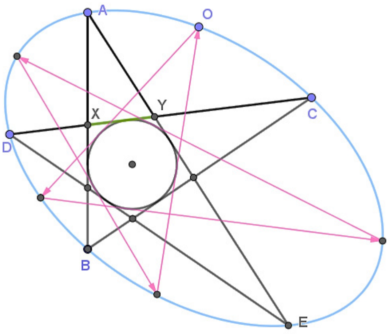

問題　図のように，ある円に全ての線分が接するような星形の図形がある．
AB＝14，BC＝16，
CD＝18，DE＝20，
EA＝22
のとき，図中に示した線分 XY の長さを求めよ．

　ただ，気になるのは図の線分の長短が，条件通りではないということだ．例えば，図では DE＞EA になってしまっているなど．数学の出題としては別に問題はないものの，わざとこのような図にしたのか，それとも条件通りの図を描くのが難しいから適当な図で済ませたのか？

■　そこで，GeoGebra で図を描いてみたが，内接円が存在するように点の位置を調整するのに一苦労．完成品が右の通り（なお，GeoGebra 的には，XY=4 となった！）．



■　さて，問題解決の手助けになるわけではないだろうが，5 つの頂点 A，B，C，D，E を通る楕円が存在する．
　この楕円上の点 A から円に接線を引き，楕円との交点 B をとり，B から円に接線を引き，楕円との交点 C を……，と繰り返していくと，最初の点 A に戻る．
　楕円上の任意の点 O から出発して，ピンクの矢印方向に進んでいっても，最終的に O に戻る．



　これは，ポンスレの閉形定理で，同一平面上の 2 つの 2 次曲線で成り立つ性質である．

■　七夕が近い．

2019 年 07 月 01 日