

雑感 ストローグラフで三角関数の合成

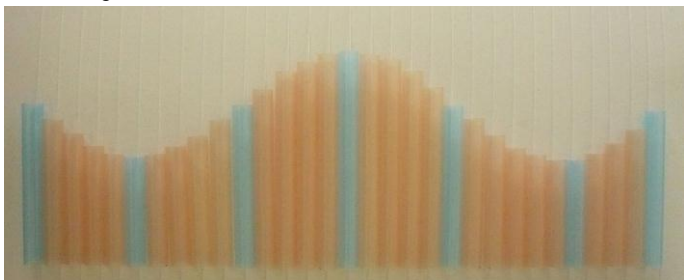
■ 三角関数の合成は、よくよく考えれば不思議だ。

周期の同じ $a\sin x$ と $b\cos x$ のグラフはいわゆるサインカーブだが、それらを合成した（加えた） $a\sin x + b\cos x$ も同じ周期でグラフがサインカーブになるなんて…。

しかし、教科書は無味乾燥な記述が多いし、2つのグラフを重ね合わせて「和」のグラフを描いてあっても分かりづらい。

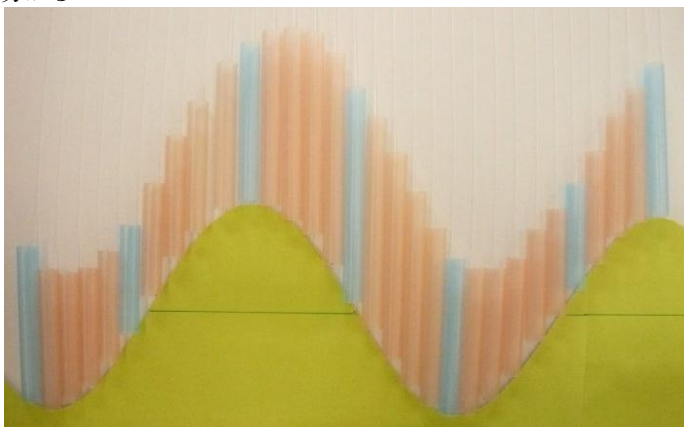
■ そこで、例のストローグラフで三角関数の合成をやってみることにした。

まず、 $y = \sin x$ のグラフを作った。

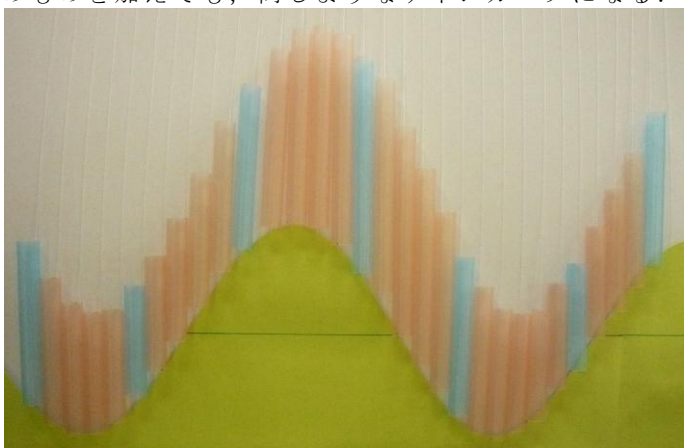


この下に、 $y = 2\cos x$ の「定規」（黄緑色のもの）をあててストローを動かすと、下ようになる。

ストローの上端が $y = \sin x + 2\cos x$ のグラフだが、きれいなサインカーブであり、子細に見れば周期が変わっていないことも分かる。



■ ここでは $\sin x$ に $2\cos x$ を加えたが、 $\sin x$ に $p\sin(x+q)$ の形のものを加えても、同じようなサインカーブになる。



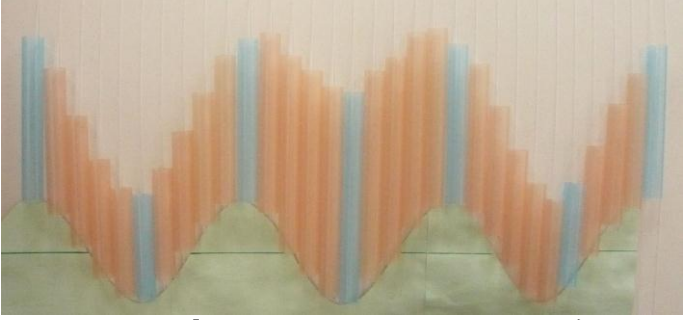
これは言うまでもないが、 $a\sin x + p\sin(x+q)$ を $a\sin x + p\sin x \cos q + p\cos x \sin q = (a + p\cos q)\sin x + p\sin q \cos x$ として合成すれば $\sqrt{(a + p\cos q)^2 + (p\sin q)^2} \sin(x + \alpha)$ とできるからである。

上のストローグラフがその例であるが、きれいなサインカー

ブになっている。

■ このように話をすると、三角関数のどんな「和」もグラフがサインカーブになるという勘違いをする生徒が出てくる。

そこで、 $\sin x$ に $\cos 2x$ を加えて $y = \sin x + \cos 2x$ のグラフを示しておくといよい。



上図のように、「きれい」ではあるが、サインカーブではない曲線が現れてくる。

■ こういった合成が容易にできるのが、ストローグラフの魅力だ。

なお、今回はストローに糸を通して左右にずれないようにして、使いやすくした。大まかな作り方は下の通りである。

