

■ 最近、知恵袋を余り覗いていないので旧聞に属するが、興味深い問題を1つ取り上げる。質問は次の通り。

最近数3の微積が楽しいなと思い、友達と問題をだしあったりしているのですが、積分して $\log|\log|\log x||+C$ を作り出すことはできないのでしょうか？ 微分すると合成関数の微分で $1/x\log x(\log|\log x|)$ になるのかなあと思ったのですが計算間違いとかそもそも根本的に成り立たないとかありますか？

■ 「 $\log|\log|\log x||$ を微分するだけでしょ」と回答してしまいそんな質問である。早計は禁物、少し考えてみよう。

そこで、 $y = \log|\log|\log x||$ のグラフを描いてみて回答した。

■ 数Ⅲが楽しいというのは良いことですなえ。

積分して $\log|\log|\log x||+C$ になる関数と言うことでしょうが、「そんなのはこれを微分すれば良いのですよ」とお答えしたいのですが…。話はそう簡単ではありません。原因は $||$ にあります。

もし、 $||$ のない関数で、積分して $\log(\log(\log x))$ になる関数というのなら、これを微分して $1/(x(\log x)(\log(\log(x))))$ で、あなたが示した式の $||$ を $()$ に変えた関数です。ところが、 $y = \log|\log|\log x||$ は、その定義域によって8つの場合に分けられます。そのそれぞれで微分して得たものが1つの式にまとめることができるなら、1つの式で表せますが、そうでないと定義域付きでないと問題になり得ないと思います。

例えば、 $y = \log|x|$ も $x > 0$, $x < 0$ で異なる式になりますが、微分した式は1つにまとめられて、 $1/x$ になる(教科書には書いてあるはず)ので、 $\int(1/x)dx = \log|x| + C$ なんですな。

要するに、 $\int f(x)dx = \log|\log|\log x||+C$ となる関数 $f(x)$ は、

関数 $y = \log|\log|\log x||$ の定義域の範囲によってまちまちなので、これを1つにまとめられるかどうかだと思います。結論的には無理のような気がしますが、考えてみてください。

もう少し単純にした $y = \log|\log x||$ も同じ問題を抱えているわけですが、これについては $\int g(x)dx = \log|\log x||+C$ となる関数 $g(x)$ はどうなのでしょう？

練習問題として考えてください。

$y = \log|\log|\log x||$ と $y = \log|\log x||$ のグラフを参考に載せますな。

言うまでもありませんが前者が紫、後者が緑です。



■ これに対して、次のようなコメントが入った。

とてもわかりやすかったです！！

ありがとうございました！！

ここまでくると自分では処理できる気がしないので大人しく国公立レベルの数3の勉強頑張ります。。

■ 質問者が受験生であることは明らかだ。高校3年生ならば目の前の「国公立レベルの数3の勉強」をとりあえず頑張してほしいのだが、こういった疑問を抱く姿勢や関心を大切にしていってほしいと思う。

その意味では水を差す回答になってしまったという反省がある。

ベストアンサーになると、質問者へコメントを送ることができない仕組みが残念である。