

<数学Ⅲ> 軸に平行でない漸近線をもつ関数の例

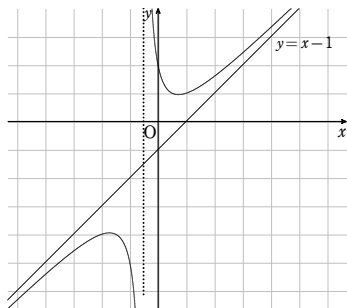
type1 分數関數で、
(分子の次数) = (分母の次数) + 1
であるもの。

この場合、 y は

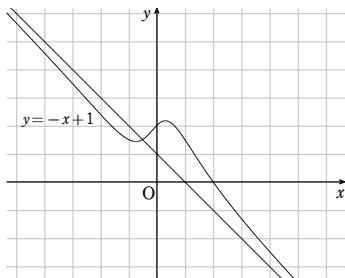
$$y = ax + b + \frac{\text{分母より次数が低い項}}{\text{分母}}$$

に変形できて、 $y = ax + b$ が漸近線

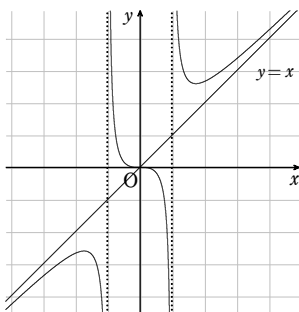
【例1】 $y = \frac{2x^2 - x + 2}{2x + 1} = x - 1 + \frac{3}{2x + 1}$



【例2】 $y = \frac{-x^3 + x^2 + x + 1}{x^2 + 1} = -x + 1 + \frac{2x}{x^2 + 1}$



【例3】 $y = \frac{x^3}{x^2 - 1} = x + \frac{x}{(x+1)(x-1)}$



(注) $n \geq 2$ の場合

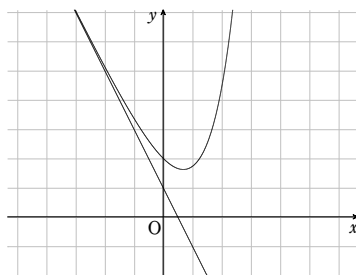
$y = \sqrt[n]{(ax+b)^n + cx^{n-1} + dx^{n-2} + \dots}$ のとき、

n が奇数ならば、 $y = ax + b + \frac{c}{n}$ が、

n が偶数ならば、 $y = \pm(ax + b + \frac{c}{n})$ が漸近線となる。

type2 $x \rightarrow \infty, -\infty$ のとき 0 に近づく関数 $g(x)$ があって、 $y = ax + b + g(x)$ のとき。
この場合、 $y = ax + b$ が漸近線

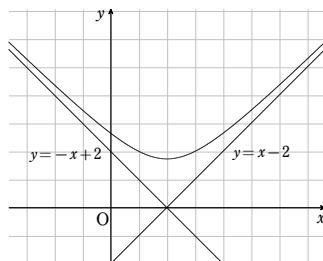
【例4】 $y = -2x + 1 + e^x$



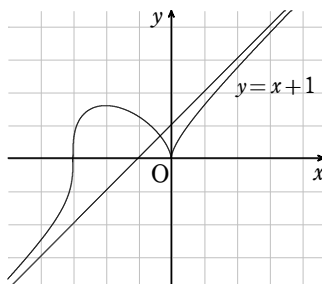
type3 無理関数で、 $y = \sqrt[n]{n\text{次式}}$ のもの。
この場合、

$y = \sqrt[n]{(ax+b)^n + (n-2\text{次以下の次数の式})}$
と変形できたとき*注、 $y = ax + b$ または
 $y = -ax - b$ (n が偶数のとき) が漸近線

【例5】 $y = \sqrt{x^2 - 4x + 7} = \sqrt{(x-2)^2 + 3}$



【例6】 $y = \sqrt[3]{x^3 + 3x^2} = \sqrt[3]{(x+1)^3 - 3x - 1}$



【例7】 $y = \sqrt[3]{x^3 - 3x^2 + 2x} = \sqrt[3]{(x-1)^3 - x + 1}$

